



## TD n°1 : Variable Complexe

**Exercice 1** - Calculer le résidu au point  $z = 0$  de la fonction  $\frac{e^{iz}}{z}$  et en déduire, par la méthode des résidus, en appliquant le deuxième lemme de Jordan, la valeur de l'intégrale :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

**Exercice 2** - Calculer l'intégrale

$$I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx$$

en appliquant le théorème des résidus à la fonction

$$f(z) = \left( \frac{\log z}{1+z} \right)^2$$

sur un domaine judicieusement choisi.

**Exercice 3** - Calculer la somme de la série

$$S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^4}.$$

**Exercice 4** - Déterminer la somme de la série de Fourier

$$S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\theta)}{n}$$

pour  $\theta \in ]0, 2\pi[$  en utilisant la fonction auxiliaire  $\psi(z) = \frac{\pi e^{-i\pi z}}{\sin(\pi z)}$ .