

Echantillonnage compressé Bayésien en imagerie ultrasonore

Céline QUINSAC¹, Nicolas DOBIGEON², Adrian BASARAB¹, Jean-Yves TOURNERET², Denis KOUAMÉ¹

¹Université de Toulouse - IRIT UMR CNRS 5505, 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 9, France

²Université de Toulouse, IRIT/INP-ENSEEIH, 2 rue Charles Camichel, 31071 Toulouse Cedex 7, France
quinsac@irit.fr

Résumé – Après avoir montré la faisabilité de l'échantillonnage compressé en imagerie ultrasonore, l'originalité de ces travaux réside dans la prise en compte de la parcimonie des images dans le domaine fréquentiel à travers une approche Bayésienne. Nous montrons dans cet article que la prise en compte de la parcimonie des images ultrasonores dans le domaine fréquentiel permet leur reconstruction par échantillonnage compressé Bayésien. De plus, l'approche Bayésienne permet d'estimer le degré de parcimonie de ces images dans le domaine spectral, paramètre important dans le problème de minimisation avec pénalisation ℓ_1 lié à l'échantillonnage compressé. Les résultats présentés ici, sur une image échographique synthétique et une image *in vivo* de rein de souris, montrent une reconstruction équivalente à celle de l'échantillonnage compressé classique, à partir de 50% d'échantillons spatiaux, tout en estimant le degré de parcimonie lors de la reconstruction.

Abstract – Following our feasibility study for compressed sensing in ultrasound imaging, this paper originality lies in the consideration of the image sparsity in the frequency domain within a Bayesian approach. We show in this paper that taking into account ultrasound image sparsity in the frequency domain allows image reconstruction by Bayesian compressed sensing. In addition, the Bayesian approach allows us to estimate the image sparsity level in the spectral domain, a significant parameter in the ℓ_1 constrained minimization problem linked to compressed sensing. Results presented here, on a simulated ultrasound image and an *in vivo* image of a mouse kidney, show a reconstruction as good as those from classical compressed sensing, from 50% of spatial samples, while estimating the sparsity level during reconstruction.

1 Introduction

L'imagerie ultrasonore est l'une des modalités d'imagerie les plus prisées en raison, entre autres, de son caractère temps réel. En imagerie ultrasonore, la quantité de données acquises lors d'un examen peut limiter ce caractère temps réel de la modalité ou poser des problèmes de stockage. Le principe de l'échantillonnage compressé (EC) est d'échantillonner une forme compressée, à condition qu'elle existe via une transformée connue [1]. L'EC a été beaucoup utilisé en imagerie médicale [2] notamment, très récemment, pour l'imagerie ultrasonore [3]. Les approches Bayésiennes permettent de reconstruire des signaux parcimonieux obtenus à partir d'observations similaires à celles de l'EC, c'est-à-dire des combinaisons linéaires aléatoires du signal, en utilisant des lois *a priori* exploitant le caractère parcimonieux du signal à reconstruire [4, 5]. L'objectif de cet article est de développer une méthode Bayésienne d'EC pour l'imagerie ultrasonore. La prise en compte des propriétés statistiques des images ultrasonores [6] et la définition de lois *a priori* favorisant la parcimonie dans le domaine spectral permettent de développer un algorithme Bayésien très prometteur. Cet algorithme permet d'évaluer le degré de parcimonie des images dans le domaine spectral sans nécessiter le réglage de paramètres de pénalisation qui interviennent habituellement dans les problèmes de minimisation ℓ_1 liés à l'EC. Les reconstructions obtenues par cette méthode présentent des erreurs quadratiques moyennes équivalentes à

celles de l'EC classique jusqu'à 50% de pixels manquants. L'avantage de la méthode proposée par rapport aux méthodes classiques d'EC est qu'elle est totalement automatique et ne nécessite pas le réglage de paramètres ou hyperparamètres. De plus, elle permet de mesurer le degré de parcimonie de l'image étudiée.

2 Méthodes

Le principe de l'EC est de reconstruire un signal parcimonieux x à partir d'observations y , obtenues par projection sur une matrice aléatoire T

$$y = Tx + \eta, \quad (1)$$

où η est un bruit additif contenant les erreurs liées à l'instrumentation et au fait que le signal à reconstruire n'est pas parfaitement parcimonieux. La reconstruction du signal peut alors s'opérer de manière déterministe au moyen d'une minimisation d'une fonctionnelle pénalisée par un critère ℓ_1 (EC classique) ou bien de manière probabiliste en utilisant des approches Bayésiennes [4, 5]. Ces deux approches sont décrites dans la suite de cet article.

2.1 Echantillonnage compressé échographique

La méthode que nous avons proposée précédemment pour l'EC en imagerie ultrasonore consiste à échantillonner spa-

tialement l'image ultrasonore à l'aide de différents masques d'acquisition puis de reconstruire la transformée de Fourier (TF) 2D de l'image décimée [3, 7]. En présence d'un bruit additif de mesure, l'image ultrasonore peut être reconstruite par résolution du problème d'optimisation suivant

$$\arg \min_x \|y - Tx\|_2 + \lambda \|x\|_1, \quad (2)$$

où x est la TF 2D de l'image ultrasonore radiofréquence m ($x = Fm$), $\|\cdot\|_1$ est la norme ℓ_1 , $\|\cdot\|_2$ est la norme ℓ_2 , y regroupe les mesures (ou échantillons spatiaux aléatoires), $T = \Psi F^{-1}$ est la matrice d'échantillonnage, Ψ indique les positions aléatoires des échantillons spatiaux, F est la TF 2D et F^{-1} est la TF 2D inverse. La TF 2D de l'image ultrasonore est, dans notre application, la représentation parcimonieuse de l'image [3]. λ est un coefficient permettant de combiner le terme d'attache aux données (premier terme) et un terme lié à la parcimonie de la TF de l'image (deuxième terme). Les conditions de succès de la reconstruction par EC viennent principalement de la parcimonie de x et de l'incohérence entre la base de parcimonie et la base d'échantillonnage. Ces conditions sont vérifiées dans le cas où T est une matrice de Fourier partielle et où la matrice Ψ correspond à un masque d'échantillonnage qui contient des 0 en dehors de la diagonale principale, et des 0 et des 1 aléatoires sur la diagonale principale [8]. Notons que les positions des 1 peuvent être totalement aléatoires, mais aussi adaptées à l'imagerie ultrasonore [3]. Le réglage du paramètre λ intervenant dans l'équation (2) n'étant pas toujours très simple, nous proposons de l'interpréter à partir d'une loi *a priori* sur la TF 2D de l'image au travers d'une approche Bayésienne.

2.2 Echantillonnage compressé Bayésien

Cas général Nous proposons de formuler le problème de reconstruction parcimonieuse comme un problème d'estimation résolu dans un cadre Bayésien. Le bruit additif η dans (1) est dû aux erreurs provenant de l'instrumentation et de l'hypothèse de parcimonie du signal x . Ici, nous supposons que ce bruit additif est Gaussien de moyenne nulle et de variance inconnue σ^2 . La vraisemblance associée s'écrit

$$p(y|x, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{(-K/2)} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|y - Tx\|_2^2\right),$$

où K est le nombre de pixels de l'image x . Des lois *a priori* $p(x|\phi_x)$ et $p(\sigma^2|\phi_{\sigma^2})$ sont alors choisies pour les paramètres inconnus de cette vraisemblance, supposés indépendants *a priori*. Ces lois *a priori*, qui dépendent d'un vecteur d'hyperparamètres $\Phi = \{\phi_x, \phi_{\sigma^2}\}$, permettent d'exploiter les connaissances préalables sur les paramètres à estimer. L'image à reconstruire est alors estimée à partir de la loi *a posteriori* $p(x|y)$ calculée à l'aide du modèle Bayésien hiérarchique suivant

$$p(x|y) \propto \int p(y|x, \sigma^2) p(x|\phi_x) p(\sigma^2|\phi_{\sigma^2}) p(\Phi) d\Phi d\sigma^2, \quad (3)$$

où $p(\Phi) = p(\phi_x, \phi_{\sigma^2})$ est la loi *a priori* des hyperparamètres.

Cas de l'imagerie ultrasonore L'originalité de cet article réside dans la prise en compte de lois *a priori* spécifiques à la reconstruction d'images ultrasonores dans le domaine de la TF 2D. Comme les statistiques des images ultrasonores sont généralement considérées comme gaussiennes [9] et que nous utilisons la parcimonie de ces images par la TF 2D, l'approche Bayésienne proposée ici est adaptée à ces deux paramètres connus. En effet, la loi *a priori* $p(x|\phi_x)$ est choisie afin de favoriser la parcimonie de l'image à reconstruire x (x est dans notre cas la TF 2D de l'image ultrasonore m). Pour chaque pixel x_i de l'image, nous proposons dans cet article d'utiliser un mélange d'une loi normale complexe centrée $\mathcal{CN}(0, \sigma_x^2)$ et d'une masse à l'origine :

$$p(x_i|\sigma_x^2, w) = (1-w)\delta(|x_i|) + \left(\frac{w}{\pi\sigma_x^2}\right) \exp\left(-\frac{|x_i|^2}{\sigma_x^2}\right), \quad (4)$$

où l'hyperparamètre w permet de régler la probabilité *a priori* d'avoir un pixel non-nul dans l'image. Cette loi a montré de bonnes propriétés pour favoriser la reconstruction de signaux parcimonieux [10–13].

Suivant le modèle hiérarchique (3), des lois *a priori* doivent aussi être choisies pour la variance du bruit σ^2 et pour les hyperparamètres w et σ_x^2 . Contrairement à la loi *a priori* $p(x_i|\sigma_x^2, w)$ sur la TF 2D de l'image ultrasonore, nous ne disposons pas d'informations particulières sur le comportement de la variance du bruit σ^2 ou des hyperparamètres w et σ_x^2 . Les lois *a priori* choisies pour σ^2 , w et σ_x^2 sont par conséquent non-informatives. Un choix classique pour la loi *a priori* de la variance du bruit est une loi de Jeffreys définie par

$$f(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2}.$$

Cette loi *a priori* résulte d'une combinaison de loi inverse-Gamma pour σ^2 et d'une loi de Jeffreys pour le paramètre d'échelle de cette loi inverse-Gamma.

La loi *a priori* de l'hyperparamètre w , qui représente la probabilité d'avoir un pixel non nul dans l'image, est une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$

$$w \sim \mathcal{U}(0, 1).$$

reflétant l'absence de connaissances sur ce paramètre.

La loi *a priori* de l'hyperparamètre σ_x^2 est une loi inverse-Gamma conjuguée de paramètres α_0 et α_1

$$\sigma_x^2 \sim \mathcal{IG}(\alpha_0, \alpha_1).$$

Choisir une distribution inverse-Gamma conjuguée pour σ_x^2 revient à choisir une distribution Gamma pour $1/\sigma_x^2$. De plus, les hyperparamètres α_0 et α_1 sont choisis constants et égaux à 1 de manière à avoir une loi peu informative.

Les estimateurs Bayésiens du maximum *a posteriori* (MAP) et de la moyenne *a posteriori* relatifs à la loi *a posteriori* $p(x|y)$ définie par (3) étant difficiles à obtenir de manière explicite, nous proposons d'utiliser une méthode de simulation stochastique permettant de générer des vecteurs $\{\dots\}_{t=1}^{N_{MC}}$ asymptotiquement distribués suivant (4). Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter [4].

3 Résultats

Les méthodes d'EC en imagerie ultrasonore, en utilisant la minimisation (2) ou l'approche Bayésienne décrite dans la section 2.2 ont été mises en œuvre sur une image radiofréquence ultrasonore synthétique de taille 128×128 pixels obtenue par le programme Field II [14] et une image *in vivo* de rein de souris.

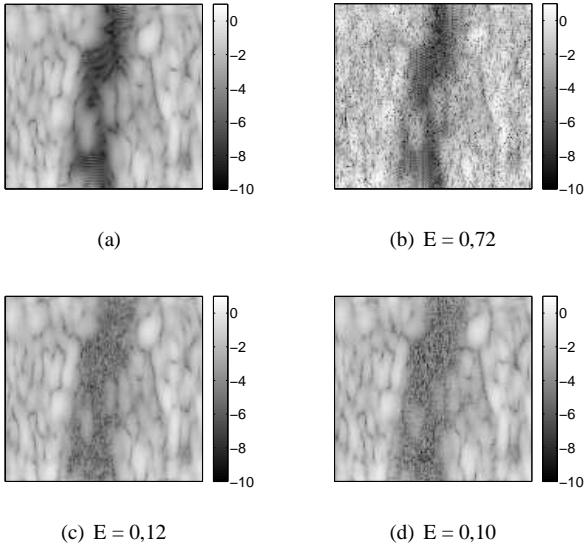


FIGURE 1 – (a) Image originale synthétique d'un vaisseau sanguin, (b) 50% des échantillons spatiaux gardés pour la reconstruction, (c) image reconstruite par minimisation de (2), et (d) image reconstruite par approche Bayésienne.

L'image synthétique représente un milieu homogène traversé par un vaisseau ne contenant pas de diffuseurs. Une décimation aléatoire de cette image synthétique, d'un ratio de 50%, a été effectuée, et nous place dans un cadre d'échantillonnage ne respectant pas le critère de Nyquist. Les résultats sont présentés sur la figure 1. Les deux méthodes proposées permettent de reconstruire l'image ultrasonore originale (figure 1(a)) à partir d'une image ne comportant que 50% de pixels représentée sur la figure 1(b) avec une erreur normalisée quadratique moyenne $E = 0,12$ pour la reconstruction par minimisation de (2) en utilisant un algorithme de gradient conjugué et $E = 0,10$ pour la reconstruction par approche Bayésienne, comme indiqué sur les figure 1(c) et figure 1(d). Ici, le paramètre λ dans (2) a été ajusté empiriquement afin de donner la meilleure reconstruction et le nombre d'itérations de l'algorithme d'optimisation de gradient conjugué a été fixé à 200. La partie de l'image située à l'intérieur du vaisseau, en noir sur l'image originale, est moins bien reconstruite dans les deux cas : elle correspond à une région avec peu de diffuseurs donc peu de signal. La reconstruction d'une ligne radiofréquence de l'image est illustrée sur la figure 2 pour chaque méthode.

On observe que les signaux sont bien restitués. Même si les reconstructions obtenues par les deux méthodes ont des erreurs

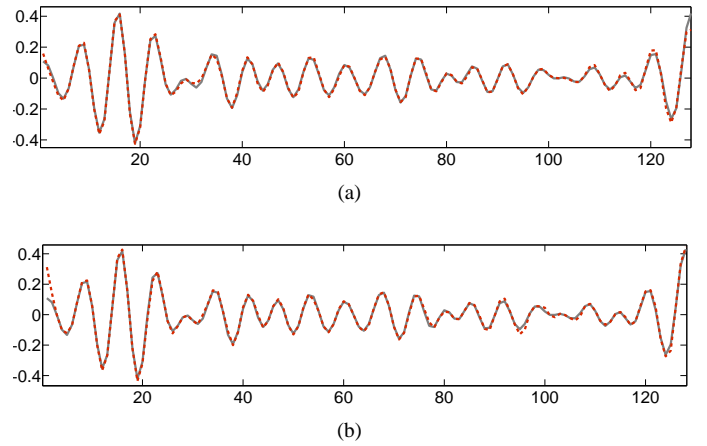


FIGURE 2 – Résultats de reconstruction (ligne pointillée rouge) d'une ligne radiofréquence originale (ligne continue grise) par (a) minimisation de (2) et (b) approche Bayésienne à partir de 50% des échantillons spatiaux.

proches, l'approche Bayésienne permet une meilleure estimation des statistiques de l'image, comme illustré sur la figure 3. En effet, l'histogramme de la TF 2D de l'image ultrasonore originale (figure 3(a)) est plus proche qualitativement de celui de l'image reconstruite par approche Bayésienne (figure 3(c)) qu'à celui reconstruit par EC selon (2) (figure 3(b)), ce qui est une propriété intéressante. La valeur de w dans (4) est estimée à environ 0.55 par l'approche Bayésienne, ce qui correspond à une proportion estimée de 55% de pixels non-nuls. On retrouve ce résultat sur l'histogramme de la loi *a posteriori* de w sur la figure 4.

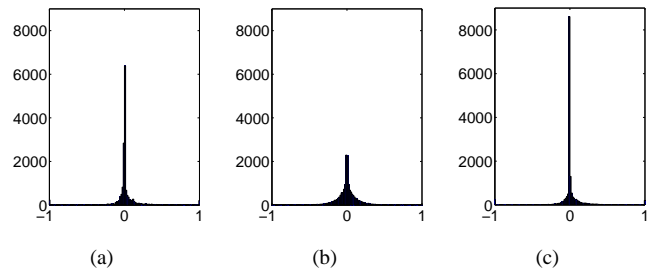


FIGURE 3 – Histogrammes de la partie réelle de la TF 2D de l'image ultrasonore (a) originale, (b) reconstruite par minimisation de (2) et (c) approche Bayésienne à partir de 50% des échantillons spatiaux.

Des résultats équivalents obtenus sur des images ultrasonores *in vivo* de rein de souris sont illustrés sur les figures 5 et 6. L'image de rein de souris a été acquise avec une sonde mono-élément haute résolution SHERPA (Atys Medical, Lyon) à 22 MHz sur des souris anesthésiées. Notons que la fréquence d'échantillonnage a été fixée à quatre fois la fréquence centrale.

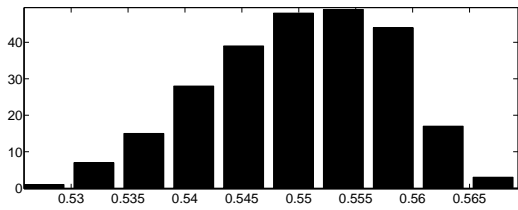


FIGURE 4 – Histogramme de la loi *a posteriori* de w .

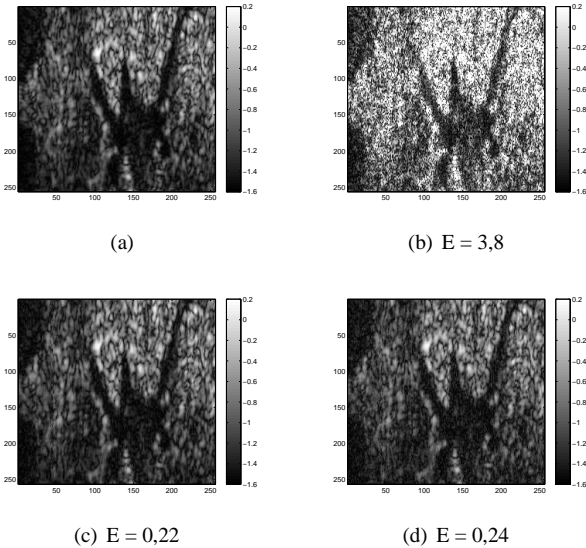


FIGURE 5 – (a) Image originale *in vivo* de rein de souris, (b) 50% des échantillons spatiaux gardés pour la reconstruction, (c) image reconstruite par minimisation de (2), et (d) image reconstruite par approche Bayésienne.

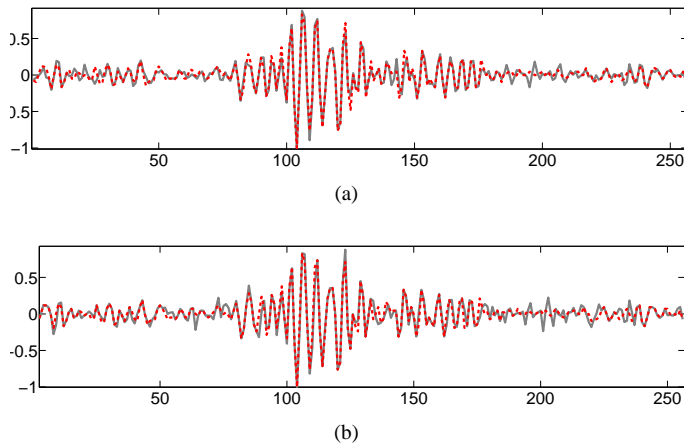


FIGURE 6 – Résultats de reconstruction (ligne pointillée rouge) d'une ligne radiofréquence originale (ligne continue grise) par (a) minimisation de (2) et (b) approche Bayésienne à partir de 50% des échantillons spatiaux.

4 Conclusion

Cet article présente une méthode Bayésienne de reconstruction d'imagerie ultrasonore utilisant les propriétés statistiques

des images échographiques et exploitant le caractère parcimonieux de ces images dans le domaine spectral. L'avantage de l'approche proposée par rapport à une approche classique de minimisation ℓ_1 est de ne pas nécessiter le réglage de paramètres liés aux termes de pénalisation intervenant dans le critère à optimiser (comme le paramètre λ défini dans (2)). De plus, l'algorithme développé permet d'estimer le degré de parcimonie de l'image dans le domaine spectral via l'hyperparamètre w intervenant dans la loi *a priori* des coefficients de la TF 2D de l'image. L'inconvénient majeur des méthodes Bayésiennes est leur temps d'exécution. Toutefois, ce problème devrait être résolu à l'aide d'une implémentation GP/GPU. Dans le futur, d'autres connaissances sur les statistiques des images ultrasonores seront intégrées au modèle Bayésien, comme par exemple la forme caractéristique de leur TF.

Références

- [1] E. J. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles : exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Jan. 2006.
- [2] J. Provost and F. Lesage, "The application of compressed sensing for photo-acoustic tomography," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 28, no. 4, pp. 585–594, April 2009.
- [3] C. Quinsac, A. Basarab, J.-M. Gregoire, and D. Kouame, "3D compressed sensing ultrasound imaging," in *Proc. IEEE Int. Ultrason. Symp. (IUS), San Diego, U.S.A.*, Oct. 2010.
- [4] N. Dobigeon, A. O. Hero, and J.-Y. Tourneret, "Hierarchical Bayesian sparse image reconstruction with application to MRFM," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 18, no. 9, pp. 2059–2070, Sept. 2009.
- [5] S. Ji, Y. Xue, and L. Carin, "Bayesian compressive sensing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 6, pp. 2346–2356, 2008.
- [6] B. Raju and M. Srinivasan, "Statistics of envelope of high-frequency ultrasonic backscatter from human skin *in vivo*," *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 49, no. 7, pp. 871–882, 2002.
- [7] C. Quinsac, A. Basarab, J.-M. Girault, and D. Kouame, "Compressed sensing of ultrasound images : Sampling of spatial and frequency domains," in *Proc. IEEE Workshop on Signal Process. Syst. (SIPS)*, Oct. 2010, pp. 231–236.
- [8] E. J. Candes and M. B. Wakin, "An introduction to compressive sampling," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 25, no. 2, pp. 21–30, March 2008.
- [9] R. F. Wagner, M. F. Insana, and D. G. Brown, "Statistical properties of radio-frequency and envelope-detected signals with applications to medical ultrasound," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 4, no. 5, pp. 910–922, May 1987. [Online]. Available : <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-4-5-910>
- [10] J. J. Kormylo and J. M. Mendel, "Maximum likelihood detection and estimation of Bernoulli-Gaussian processes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 28, no. 3, pp. 482–488, May 1982.
- [11] J. Idier and Y. Goussard, "Stack algorithm for recursive deconvolution of Bernoulli-Gaussian processes," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 28, no. 5, pp. 67–79, Sept. 1990.
- [12] A. Doucet and P. Duvaut, "Bayesian estimation of state-space models applied to deconvolution of Bernoulli-Gaussian processes," *Signal Processing*, vol. 57, no. 2, pp. 147–161, March 1997.
- [13] C. Févotte, B. Torrèsani, L. Daudet, and S. J. Godsill, "Sparse linear regression with structured priors and application to denoising of musical audio," *IEEE Trans. Audio, Speech, Language Processing*, vol. 16, no. 1, pp. 174–185, Jan. 2008.
- [14] J. A. Jensen and N. B. Svendsen, "Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized, and excited ultrasound transducers," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, no. 2, pp. 262–267, March 1992.